



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

DATA

/ /

GRAUS

Aluno:

GABARITO - P2

Disciplina:

MECÂNICA DOS SÓLIDOS I

Turma:

2012.1

Professor:

1

2

3

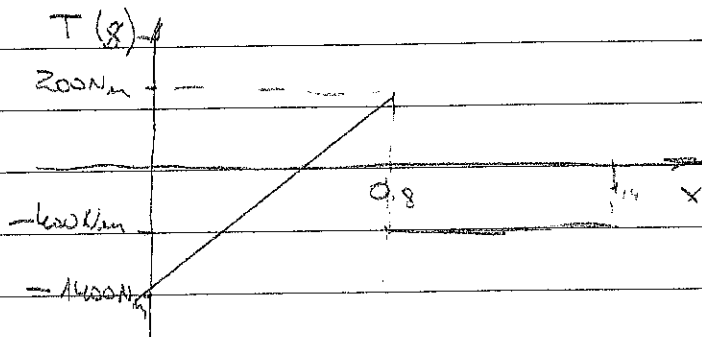
4

5

1ª QUESTÃO (3.0 PONTOS)

# REAÇÃO NO APOIO  $T_B = 2.000 \times 0,8 - 600 + 400 = 1400 \text{ Nm}$

# DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTO TORSOR



# ROTAÇÃO  $\frac{d\phi}{dx} = \frac{T(x)}{GJ}$

$$\phi_A(x=1,4) = \frac{1}{GJ} \left[ \int_0^{0,8} (-1400 + 2000x) dx + \int_{0,8}^{1,4} (-1400) dx \right]$$

$$GJ = 75 \times 10^9 \times \frac{\pi}{32} (60 \times 10^{-3})^4 = 9,54 \times 10^4 \text{ N m}^2$$

$$\phi_A = -7,54 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

## 2ª QUESTÃO (3,0 PONTOS)

# FASE INICIAL (ANTES DE HAVER CONTATO C/ ANTES NA DIREITA)

# COMPATIBILIDADE GEOMÉTRICA:  $\epsilon^A L^A + \epsilon^B L^B = 0,508$

# COMPORTAMENTO CONSTITUTIVO:  $\epsilon = \alpha \Delta T$

Logo:  $(\alpha^A L^A + \alpha^B L^B) \Delta T = 0,508$

$$\boxed{\Delta T_{\text{INICIAL}} = 27,8^\circ \text{C}}$$

# FASE FINAL (DEPOIS DE HAVER O CONTATO)

# EQUILÍBRIO:  $\sigma^A A^A = \sigma^B A^B$  # COMPATIBILIDADE:  $\epsilon^A L^A = -\epsilon^B L^B$

Logo:  $\frac{\sigma^A}{E^A} + \alpha^A \Delta T = - \left( \frac{\sigma^B}{E^B} + \alpha^B \Delta T \right) \frac{L^B}{L^A}$

$$\left( \alpha^A + \alpha^B \frac{L^B}{L^A} \right) \Delta T = - \left[ \frac{\sigma^A}{E^A} + \frac{\sigma^A A^A}{\sigma^B A^B} \frac{L^B}{L^A} \right]$$

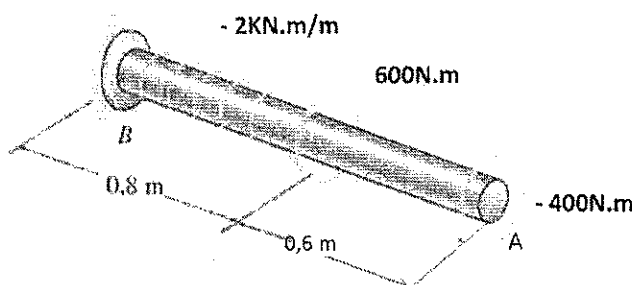
ENTÃO PARA  $\sigma^A = -75,8 \text{ MPa} \rightarrow \Delta T = 43,2^\circ \text{C} \rightarrow T = 95^\circ \text{C}$

$$\sigma^B = -75,8 \times 10^6 \times \frac{A^A}{A^B} = -88 \text{ MPa}$$

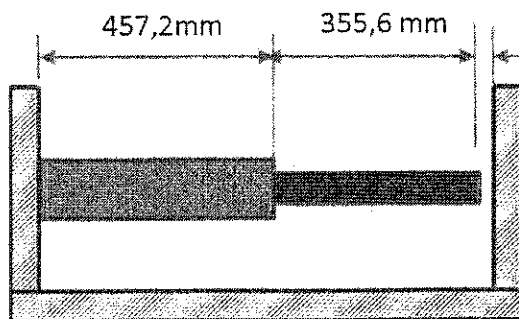
$$\boxed{(L^B)_{\text{FINAL}} = 355,77 \text{ mm}}$$

## P2 – MECÂNICA DOS SÓLIDOS I – JUNHO DE 2012

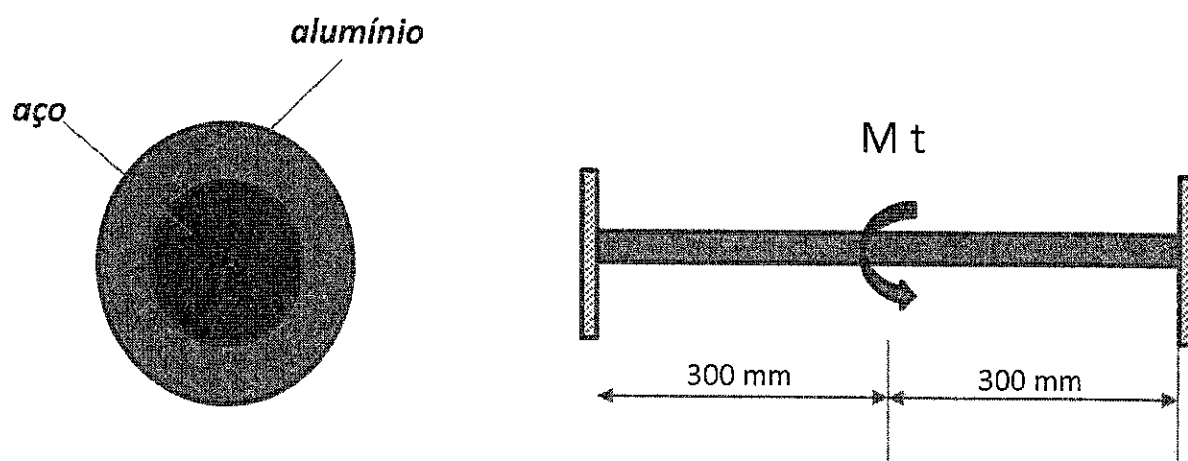
1ª Questão (3.0 pontos): Calcule a rotação na extremidade livre A do eixo apresentado na figura abaixo. O eixo possui um diâmetro de 60 mm e é constituído por um aço cujo Módulo de Cisalhamento  $G = 75 \text{ Gpa}$ .



2ª Questão (3.0 pontos): Sabendo que o espaçamento entre o conjunto formado pelas duas barras (alumínio na esquerda e bronze na direita) e o anteparo é de 0.508 mm, quando a temperatura ambiente é de  $23,9^\circ \text{C}$ , calcule: (a) a temperatura na qual a tensão na barra de alumínio será, em magnitude, igual a 75,8 Mpa e (b) o comprimento da barra de bronze nesta situação. Dados: área da seção transversal –  $A = 1548 \text{ mm}^2$  (bronze) e  $A = 1806 \text{ mm}^2$  (alumínio), módulo de elasticidade –  $E = 103,4 \text{ Gpa}$  (bronze) e  $E = 73,1 \text{ Gpa}$  (alumínio), coeficiente de dilatação –  $\alpha = 21,6 \times 10^{-6} / ^\circ \text{C}$  (bronze) e  $\alpha = 23,2 \times 10^{-6} / ^\circ \text{C}$  (alumínio).



3ª Questão (4.0 pontos): Um eixo cilíndrico de 600 mm de comprimento é composto por um núcleo de aço (raio = 25 mm) e revestido por uma cobertura de alumínio (espessura = 12.5mm), como esquematizado pela seção transversal na figura abaixo. Este eixo está engastado (impedido de girar em torno de seu eixo geométrico) em ambas as extremidades e é solicitado por um torque  $M_t$  aplicado na seção central (que dista de 300 mm de cada uma das extremidades). Calcule, sabendo que as máximas tensões cisalhantes admissíveis no alumínio e no aço são, respectivamente, 70 MPa e 110 MPa, o máximo valor de  $M_t$  para que, em nenhum ponto do eixo, este limite seja ultrapassado. Os módulos de cisalhamento do alumínio e do aço são, respectivamente, 35 GPa e 82 GPa.



## FÓRMULAS

**Comportamento constitutivo elástico linear**

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \left( \sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \right) + \alpha \Delta t$$

**Torção em barras cilíndricas**

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{T}{GJ} \quad J = \frac{\pi R^4}{2} \quad \sigma_{\theta z} = \frac{Tr}{J} \quad \gamma_{\theta z} = \frac{Tr}{GJ}$$