Universidade Federal do Rio de Janeiro
Escola Politécnica

DATA / /

GRAUS

1	
2	
3	
4	
5	

Aluno: GABARITO - P2

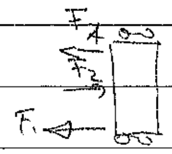
Disciplina: MEC. SOL. I

Turma: 2012.1

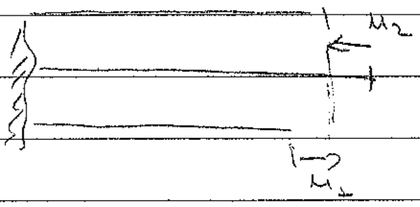
Professor:

1ª. QUESTÃO (5.0 PONTOS)

\# EQUILÍBRIO $\boxed{2F_1 = F_2}$



\# GEOMETRIA DA DEFORMAÇÃO



$$\boxed{u_1 = \delta - u_2}$$

\# COMPORTAMENTO CONSTITUTIVO

$$\varepsilon_1 = \frac{u_1}{L} = \frac{\sigma_1}{E_1} + \alpha_1 \Delta T$$

$$\varepsilon_2 = \frac{u_2}{\underbrace{(L+\delta)}_{\tilde{L}}} = \frac{\sigma_2}{E_2} + \alpha_2 \Delta T$$

LOGO $$L\left(\frac{\sigma_1}{E_1} + \alpha_1 \Delta T\right) = \delta - \tilde{L}\left(\frac{\cancel{2}\sigma_1}{\cancel{2}E_1} + \alpha_1 \Delta T\right)$$

(a) $\Delta T = 0$

$$\frac{\sigma_1}{E} = \frac{\delta}{L} - \frac{\tilde{L}}{L}\frac{\sigma_1}{E_1}$$

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{E_1 \delta}{2L}} \longrightarrow \boxed{\sigma_2 = \frac{E_1 \delta}{L}} \text{ (COMPRESSÃO)}$$

CONF. DEFORMADA : $\boxed{u_1 = \frac{\delta}{2}}$

(b) $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$

$$\alpha_1 \Delta T = \frac{\delta}{L} - \alpha_1 \Delta T \qquad \text{COMPATIBILIDADE GEOMÉTRICA}$$

CONTRADIÇÃO !

NÃO HÁ ΔT CAPAZ DE SATISFAZER O ENUNCIADO

(c) # COMPATIBILIDADE GEOMÉTRICA : $u_1 = u_2 = u$

$$\hookrightarrow \sigma_2 = E_2 \frac{u}{L} = 2 \underbrace{E_1 \frac{u}{L}}_{\sigma_1} \quad \therefore \quad \boxed{\sigma_2 > \sigma_1}$$

EQUILÍBRIO $\underset{\text{(FORÇA APLICADA)}}{P} = 2F_1 + F_2$

(i) FASE ELÁSTICA : $P = 2A E_1 \frac{u}{L} + 2A E_1 \frac{u}{L} = 4A \frac{E_1}{L} u$

∴ QUE TERMINA $u^E = \frac{\sigma_y L}{2E_1} \rightarrow \boxed{P^E = \sigma_y A}$

(ii) FASE ELASTO-PLÁSTICA $P = 2AE_1 \frac{u}{L} + \sigma_y A$

$$\boxed{u^L = \frac{\sigma_y L}{E_1}} \rightarrow P = 2\sigma_y A + \sigma_y A = \boxed{3\sigma_y A}$$

2ª QUESTÃO (5.0 PONTOS)

LEITURA DOS EXTENSÔMETROS $\longrightarrow$ $\gamma_{\theta z}\left(z=\frac{7}{4}L\right)=R\frac{d\theta}{dz}$

$$\gamma_{\theta z}=\frac{R\,T\left(z=\frac{7}{4}L\right)}{GJ}\qquad\left(J=\frac{\pi R^4}{2}\right)$$

DO EQUILÍBRIO $T\left(z=\frac{7}{4}L\right)=T_R$

DOS EXTENSÔMETROS $\varepsilon_c=(\varepsilon_b-\varepsilon_a)\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\gamma_{\theta z}}{2}\frac{1}{2}$

$$\boxed{\gamma_{\theta z}=4\left[(\varepsilon_b-\varepsilon_a)\frac{\sqrt{3}}{4}+\varepsilon_c\right]}$$

ENTÃO $T_R=\frac{GJ\gamma_{\theta z}}{R}$

E (EQUILÍBRIO) $T_0+T_R+T_k=0$

POR OUTRO LADO $T_k=-k\,\Theta(z=L)$

E $\Theta(z=L)-\Theta(z=0)=\frac{T_0L}{GJ}$

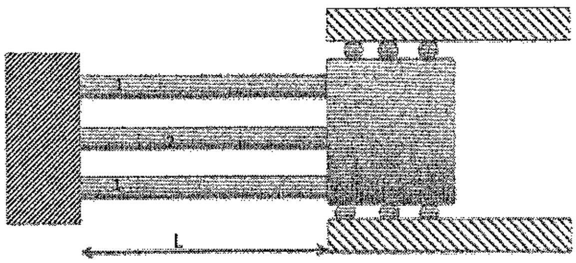
LOGO $T_0-\frac{T_0Lk}{GJ}=-T_R$

$$T_0=-\frac{GJ}{GJ-kL}T_R=-\frac{G^2J^2}{GJ-kL}\gamma_{\theta z}$$

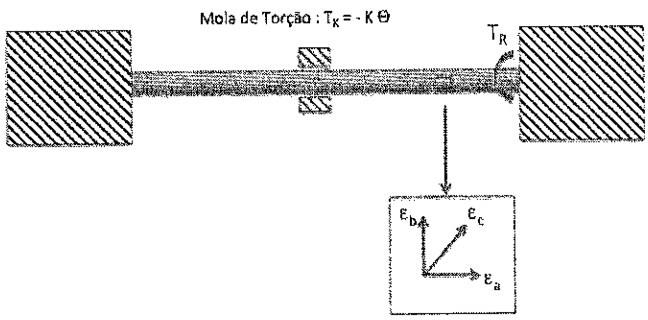
E $\boxed{T_k=kL\frac{GJ}{GJ-kL}\gamma_{\theta z}}$

P2 - Mecânica dos Sólicos I - 2013.1

1ª Questão (5 pontos): Três barras elásticas encontram-se engastadas em uma extremidade e em outra conectadas a um bloco rígido que pode se movimentar na horizontal, conforme apresentado de maneira esquemática na figura abaixo. Duas delas (designadas através do algarismo 1 no desenho abaixo) são feitas do mesmo material(Módulo de Elasticidade E_1, coeficiente de expansão térmica α_1 e área A_1), enquanto a terceira (designada através do algarismo 2) é constituída de um material diferente ($E_2 = 2E_1$, $\alpha_2 = \alpha_1$ e $A_2 = A_1$) e tem um comprimento ligeiramente maior ($L + \delta$ com $\delta << L$). (a) Calcule a configuração deformada e tensões atuantes nessas barras decorrentes da montagem apresentada na figura abaixo em que a barra 2 é ligeiramente maior do que as outras duas. (b) Calcule, se existir, o aumento de tempertaura do ambiente necessário a tornar esse conjunto livre de tensões, bem como a configuração final para este caso. (c) Considerando $\delta = 0$ e temperatura ambiente, calcule o valor da força a ser aplicada sobre o corpo rígido necessária para que as tensões atuantes nas barras atinjam o limite elástico σ_Y, igual para as três. Calcule, também, a configuração deformada do sistema.



2ª Questão (5 pontos): O eixo cilíndrico de comprimento $2L$, apresentado na figura abaixo, encontra-se engastado em ambas as extremidades. Em consequência de problemas na montagem, um torque residual T_R é aplicado em um dos apoios. O eixo também é apoiado no centro por um mancal que funciona como uma mola de torção (ver figura). Para determinar o valor de T_R, colou-se um conjunto de extensômetros (o que apresenta leitura ϵ_c encontra-se inclinado de 30^o em relação à horizontal) a uma distância de $\frac{L}{4}$ da extremidade a direita, como mostrado na figura. Encontre o valor do torque aplicado pela mola usando a leitura nesses extensômetros e os valores do raio do cilindro R e módulo de cisalhamento G.



Visão ampliada dos extensômetros

FÓRMULAS:

Deformações :

$$\epsilon_{x'y'} = (\epsilon_y - \epsilon_x)sen(\theta)cos(\theta) + \epsilon_{xy}(cos^2(\theta) - sen^2(\theta))$$

Equações Constitutivas:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha\Delta t \quad ; \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\sigma_{xy}$$

Torção :

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{T}{GI_p} \quad ; \quad I_p = \frac{\pi R^4}{2} \quad ; \quad \sigma_{z\theta} = \frac{Tr}{I_p}$$