

Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

DATA

/ /

GRAUS

Aluno:

P2 - MECÂNICA DOS SÓLIDOS I

Disciplina:

Turma:

2009 2

Professor:

1

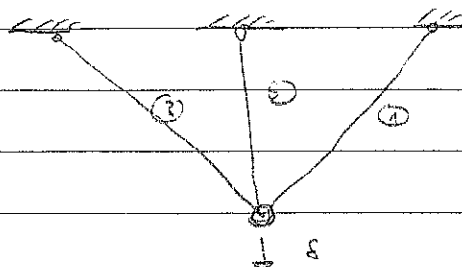
2

3

4

5

1ª QUESTÃO (5.0 PONTOS)



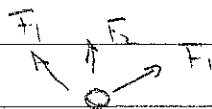
(SIMETRIA)

$$\delta_1 = \delta_2$$

$$\delta = \delta_2$$

COMPATIBILIDADE GEOMÉTRICA: $\left\{ \begin{array}{l} \delta = \delta' = \delta' \sqrt{2} \\ \cos 45^\circ \end{array} \right\} (1.0)$

EQUILÍBRIO



$$\left\{ F_2 + 2F_1 \cos 45^\circ = 0 \right\} (1.0)$$

Logo: $\sigma_2 + \sigma_1 \sqrt{2} = 0$

COMPORTAMENTO CONSTITUTIVO:

$$\frac{\delta}{L} - \alpha \Delta T + \left(\frac{\delta'}{RL} - \alpha \Delta T \right) \sqrt{2} = 0$$

$$\frac{\delta}{L} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \alpha \Delta T \left(1 + \sqrt{2} \right) (3.0)$$

$$\delta = \frac{\alpha \Delta T L 2 (1 + \sqrt{2})}{2 + \sqrt{2}}$$

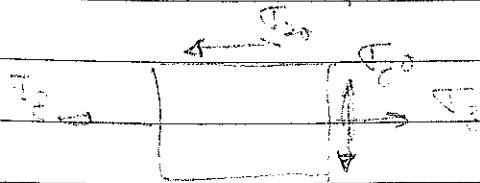
$$\sigma^2 = E \left(\frac{\alpha \Delta T 2 (1 + \sqrt{2})}{2 + \sqrt{2}} - \alpha \Delta T \right) = E \alpha \Delta T \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} > 0$$

$$V^1 = E \left(\frac{\alpha \Delta T}{V_2} \cdot \frac{2(1+\sqrt{2})}{2+\sqrt{2}} - \alpha \Delta T \right) =$$

$$= -E \alpha \Delta T \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+2} \leq 0$$

2ª. QUESTÃO (5.0 PONTOS)

ESTADO DE TENSÕES (SUPERFÍCIE)



$$\sigma_3 = \frac{4N}{\pi D^2}$$

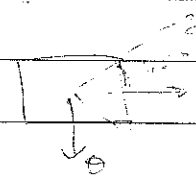
$$\sigma_{30} = \frac{F \sin \theta}{\pi D^2}$$

2ª. Q. 2ª. PONTOS

$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E} \quad (2.0)$$

$$\epsilon_c = -\nu \frac{4N}{E \pi D^2} \quad (\text{BÔNUS 0.5})$$

TRANSFORMAÇÃO DE TENSÕES



$$\sigma_3' = \frac{\sigma_3}{2} + \frac{\sigma_3}{2} \cos(2\theta) + \tau_{30} \sin(2\theta) = \frac{\sigma_3}{2} - \tau_{30}$$

$$\sigma_{\theta}' = \frac{\sigma_3}{2} - \frac{\sigma_3}{2} \cos(2\theta) + \tau_{30} \sin(2\theta) = \frac{\sigma_3}{2} + \tau_{30}$$

$$-\epsilon_B = \frac{1}{E} (\sigma_3' - \nu \sigma_{\theta}')$$

$$-\epsilon_B = \frac{1}{E} \left(\frac{\sigma_3}{2} (1-\nu) + \tau_{30} (\nu-1) \right)$$

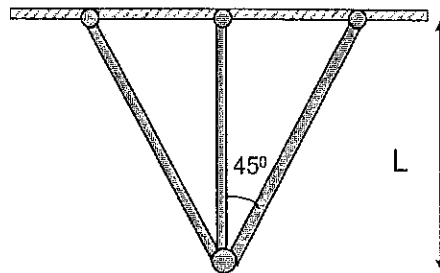
$$\tau_{30} = \frac{1}{(\nu-1)} \left[-E \epsilon_B - \frac{\sigma_3}{2} (1-\nu) \right]$$

$$\tau_{30} = \frac{1}{(\nu-1)} \left[-E \epsilon_B - E \epsilon_A \frac{(1-\nu)}{2} \right]$$

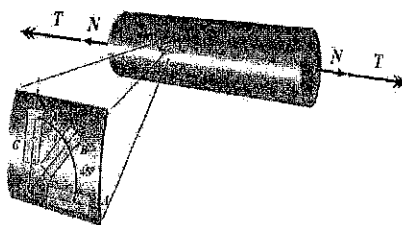
$$\left\{ T = \frac{\pi D^3}{16(1-\nu)} \left[E \left(\varepsilon_B + \varepsilon_A \frac{(1-\nu)}{2} \right) \right] \right\} \quad (3. \Rightarrow)$$

P2 - Mecânica dos Sólidos I - 2009.2

1ª Questão (5.0 pontos): O conjunto de 3 barras articuladas, apresentado de forma esquemática abaixo, está imerso em um ambiente em que a temperatura difere de Δt em relação àquela em que o material que constitui as barras está livre de deformações térmicas. Calcule a tensão final em cada uma das barras, considerando que as inclinadas estão dispostas simetricamente em relação a barra central. Dados (além daqueles fornecidos diretamente na figura): E (módulo de elasticidade), A (área da seção transversal), α (coeficiente de expansão térmica)



2ª Questão (5.0 pontos): Uma barra cilíndrica de diâmetro D é submetida a um carregamento combinado de tração e torção, representados de forma esquemática abaixo e notados como N e T . Uma roseta de extensômetros, apresentada em destaque na figura, é fixada na superfície da barra de forma que o extensômetro A está alinhado com a direção axial e C com a direção circunferencial. O módulo de elasticidade da barra é E e ν seu coeficiente de Poisson. Calcule os esforços N e T em função das deformações longitudinais ϵ_A , ϵ_B e ϵ_C medidas pelos extensômetros A, B e C.



Fórmulas

Torção:

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{T}{GI_p}; \quad \sigma_{z\theta} = \frac{Tr}{I_p}; \quad I_p = \frac{\pi R^4}{2}$$

Equações Constitutivas:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha \Delta t$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\sigma_{xy}$$

Mudança de Coordenadas:

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \sigma_{xy} \sin(2\theta)$$

$$\sigma_{x'y'} = (\sigma_y - \sigma_x) \sin(2\theta) + \sigma_{xy} \cos(2\theta)$$

$$\sigma'_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) - \sigma_{xy} \sin(2\theta)$$